EJERCICIOS V
TEORÍA DE CONJUNTOS.

Estos ejercicios son tomados de la página 65 del libro de Hajnal y Hamburger.

(1) Demuestre que si ξ es un ordinal límite, entonces
$$\alpha \cdot \xi = \sup \{\alpha \cdot \eta : \eta < \xi\}.$$
(2) Demuestre que para cualesquiera números ordinales α y β existen números ordinales ξ y ϱ que están unívocamente determinados y tales que
$$\alpha = \beta \cdot \xi + \varrho.$$
Esta ecuación es una generalización de la división con resto para enteros positivos.

(3) Demuestre que el hecho de que $\kappa^2 = \kappa$para cualquier cardinal infinito κ implica el Axioma de Elección. (Sugerencia: Demuestre que asumiendo esa propiedad para cardinales se tiene que cualquier conjunto puede ser bien ordenado usando los ejercicios 6 y 7 de la página 65.)

Date: Octubre 13, 2005.