

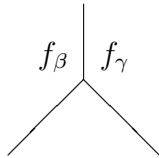
## Tarea II

1. Demuestre que si  $\mathcal{F}$  es una familia no numerable de funciones parciales de  $\omega_1$  en  $\omega$  cuyo dominio es finito, entonces  $\mathcal{F}$  contiene dos funciones que son compatibles.

### Demostración

Como los dominios de las funciones en  $\mathcal{F}$  forman una familia no numerable de conjuntos finitos, aplicando el  $\Delta$ -lema se tiene que existe  $\mathcal{B} \subseteq \mathcal{F}$  no numerable de modo que los dominios de sus elementos forman un  $\Delta$ -sistema. Por lo tanto, existe  $r$  tal que  $\text{dom}(f) \cap \text{dom}(g) = r$  para cualesquiera  $f, g \in \mathcal{B}$ .

Ahora,  $|\omega^r| = \aleph_0$  y  $f|_r \in \omega^r$ , para  $f \in \mathcal{B}$ . Por lo tanto, existen  $\beta, \gamma$  tales que  $f_\beta|_r = f_\gamma|_r$



Y se tiene que  $f_\beta \cup f_\gamma$  es función. □